
Comparative Analysis of Tolerances Allocation in Mechanical Assemblies based on Cost-tolerance Curves

A. Sanz ⁽¹⁾, M. Guimeráns ⁽¹⁾, I. González ⁽¹⁾, J. Pérez ⁽²⁾

⁽¹⁾ Department of Aerospace Materials and Production. ETSI Aeronáuticos-UPM
Plaza Cardenal Cisneros 3, 28040 Madrid, Spain, a.slobera@upm.es

⁽²⁾ Department of Mechanical & Manufacturing Engineering, ETSI Industriales-UPM
José Gutiérrez Abascal, 2, 28006 Madrid. Spain

ABSTRACT

This paper proposes a method for determining the values of the individual tolerances of the parts that form the assembly and satisfy the tolerance imposed for the component, optimizing the total manufacturing cost bearing in mind the cost functions based on the process. It starts with the main work done in the line of tolerance allocation and proposes the work model, which it is based on the optimization of costs from the implementation of the method of Lagrange multipliers to various cost-tolerance curves.

Keywords: cost, tolerance, analysis, synthesis, assembly.

RESUMEN

El presente trabajo propone un método para la determinación de los valores de las tolerancias individuales de las piezas que forman un conjunto ensamblado a partir de valores de tolerancias especificados en el conjunto final, optimizando el coste total de fabricación de las piezas individuales a partir de funciones de coste-tolerancia basadas en el proceso de fabricación de cada una de ellas. Para ello se parte de los principales trabajos desarrollados en la línea de asignación de tolerancias y se realiza la propuesta del modelo de trabajo, basado en la optimización de costes a partir de la aplicación del método de los multiplicadores de Lagrange a diversas curvas de coste-tolerancia.

Palabras clave: coste, tolerancia, análisis, síntesis, ensamblaje.

1. Introducción

Los conjuntos mecánicos empleados en sectores industriales tan relevantes como el de la automoción o el aeroespacial, están formados mediante el ensamblaje de piezas elementales o componentes, en las que normalmente existe un número reducido de cotas cuyas tolerancias contribuyen a la tolerancia total del conjunto. Dicha tolerancia puede expresarse como una expresión algebraica de las tolerancias individuales de cada parte elemental. El estudio de la interrelación entre las tolerancias de las piezas elementales y las tolerancias del conjunto ensamblado puede realizarse desde dos posibles enfoques esquematizados en la Figura 1. En el primero de ellos, denominado análisis de tolerancias, se busca conocer los valores de las tolerancias de una serie de elementos geométricos del conjunto final a partir de la información disponible de las tolerancias de las piezas elementales que lo componen. El número de incógnitas y de ecuaciones a plantear es el mismo por lo que siempre es posible alcanzar una solución del problema. En el segundo enfoque, denominado síntesis de tolerancias, parte de valores de tolerancia del conjunto ensamblado y se busca conocer el valor de las tolerancias de cada pieza elemental. En general, el número de ecuaciones disponibles para su resolución es inferior al número de incógnitas por lo que es posible obtener una serie teóricamente infinita de soluciones. Por este motivo, en la síntesis de tolerancias

es frecuente recurrir a criterios adicionales que permitan obtener una solución del problema tales como la minimización del coste necesario para la fabricación de las piezas elementales u otros criterios similares.

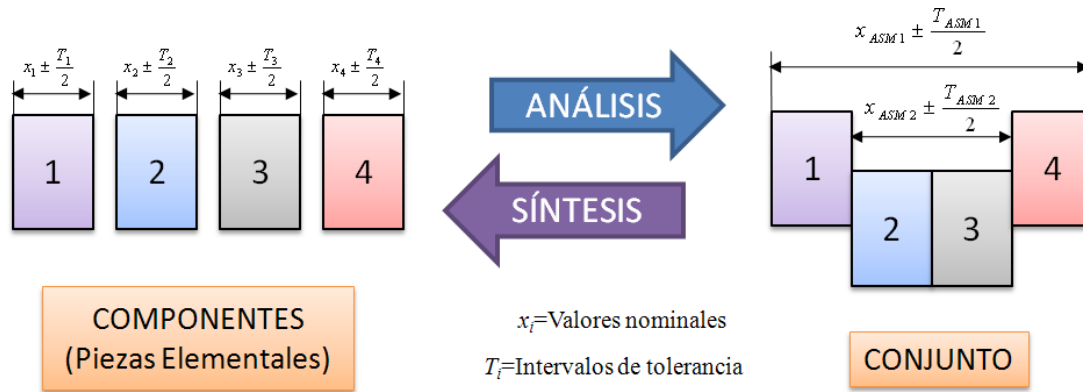


Figura 1. Representación esquemática del análisis y de la síntesis de tolerancias.

El análisis de tolerancias puede ser abordado empleando diferentes métodos, siendo los más usuales los recopilados en la Tabla I. En el método del caso más desfavorable, abreviadamente WC, los valores máximos y mínimos de una dimensión cualquiera del ensamblaje x_{ASM} se obtienen a partir de los valores extremos de los intervalos de tolerancia de las dimensiones de las piezas ensambladas, de forma tal que:

$$x_{ASM} = \sum_{i=1}^n x_i \quad ; \quad T_{ASM} = \sum_{i=1}^n T_i \quad (1)$$

siendo x_i los valores nominales de las especificaciones y T_i las amplitudes de sus intervalos de tolerancia. Este método es demasiado conservador, ya que la probabilidad de que en un ensamblaje todos los elementos que lo integran se encuentren en los extremos aditivos de sus intervalos de tolerancia es muy reducida. Sin embargo puede resultar de utilidad a la hora de fijar los límites de variación de las tolerancias del conjunto ensamblado.

Tabla I. Métodos más comunes de análisis de tolerancias

Método	Denominación en inglés	Siglas	Enfoque
Caso más desfavorable	Worst Case	WC	Aritmético
Raíz de sumas de cuadrados	Root Sum Squares	RSS	Estadístico
Monte Carlo	Monte Carlo	MC	Estadístico

El método de la raíz de sumas de cuadrados, abreviadamente RSS, plantea un enfoque estadístico del problema y supone que la desviación en cada dimensión con respecto al valor nominal se puede ajustar a una distribución normal y por lo tanto las dimensión de ensamblaje x_{ASM} serán el resultado de sumas y restas de desviaciones obtenidas de distribuciones normales, pudiendo expresarse como:

$$x_{ASM} = \sum_{i=1}^n x_i \quad ; \quad \sigma_{ASM}^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (2)$$

donde σ_i representa la desviación típica de cada especificación. Para establecer una correspondencia entre desviaciones típicas y tolerancias, en el método RSS se asume como hipótesis adicional que la capacidad de proceso es la misma en todos los procesos elementales, y por lo tanto puede expresarse:

$$c_{pi} = \frac{T_i}{6\sigma_i} = c_p \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3)$$

Expresión que conduce a:

$$x_{ASM} = \sum_{i=1}^n x_i \quad ; \quad T_{ASM}^2 = \sum_{i=1}^n T_i^2 \quad (4)$$

Esta aproximación se considera más realista, y será la utilizada en desarrollos posteriores.

Finalmente el método de Monte Carlo, abreviadamente MC, también realiza un enfoque estadístico del problema. Se basa en la generación aleatoria de las dimensiones de las piezas elementales y en la

obtención a partir de ella del valor de las dimensiones del montaje. Repitiendo este proceso de generación un número suficientemente grande de veces se consigue conocer la distribución de las dimensiones del montaje. Es el método más costoso de los tres en términos de computación, sin embargo es el que permite una mayor flexibilidad ya que para su aplicación no es necesario asumir o partir de ningún tipo de distribución preestablecida y puede ser aplicado a configuraciones geométricas complejas.

En la bibliografía existen diferentes trabajos que abordan el problema de la síntesis de tolerancias [1-7]. En los trabajos [7, 15-16] se presenta una recopilación de métodos y se realiza un estudio comparativo entre ellos. En el presente trabajo se propone un método para la determinación de las tolerancias dimensionales de las piezas elementales que componen un conjunto, minimizando los costes del proceso a partir de una función de coste-tolerancia basada en parámetros propios del proceso y garantizando la funcionalidad del conjunto.

2. Relaciones entre costes y tolerancias en el proceso de fabricación

El establecimiento de una relación entre el coste C asociado al proceso de fabricación de una pieza y el valor de la tolerancia T obtenida en la magnitud que se fabrica aporta una información fundamental para el análisis y la síntesis de tolerancias. La mayoría de los trabajos que han abordado el establecimiento de relaciones de la forma $C=C(T)$ lo han hecho a base de ecuaciones empíricas obtenidas a partir de datos históricos del proceso o a partir de otros procesos semejantes. Sanz et al. [9] han propuesto un método basado en la utilización de datos propios del proceso ya que la disponibilidad de datos externos no es siempre factible y su aplicabilidad a la situación productiva concreta resulta cuando menos cuestionable.

En la Tabla II se recogen de forma resumida algunos de modelos de curvas coste-tolerancia propuestos por diferentes autores. A partir del año 1994 no se ha encontrado en la bibliografía consultada ninguna nueva propuesta para la determinación de relación coste-tolerancia en el proceso, excepto la mencionada [9], y los nuevos trabajos relacionados con el tema [10-11] se han basado en algunos de los modelos previamente definidos.

Tabla II. Modelos de curvas de coste-tolerancia

1 ^{er} Autor	Bennett	Speckhart	Spotts-Hillier	Sutherland	Michael	Chase	Dong	Sanz
$C(T) =$	$a_0 T^{a_1}$	$a_0 e^{a_1 T}$	$a_0 T^{-2}$	$a_0 + a_1 T^{a_2}$	$a_0 T^{a_1} e^{a_2 T}$	$a_0 T^{-1}$	$\sum a_i T^i$	$a_0 / F(T)$
Año	1969	1972	1973/1966	1975	1981	1988	1994	2010
Referencia	[1]	[2]	[3],[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]

C = Coste, T = Tolerancia, a_0 , a_1 y a_2 = parámetros de ajuste por regresión

El grado de aproximación de la curva $C=C(T)$ a la realidad productiva es un elemento esencial para obtener unos valores realistas de los intervalos de tolerancia y por ello se considera muy conveniente la utilización de modelos de curvas basados en la variabilidad del proceso. Un modelo de estas características puede plantearse en los siguientes términos.

La fabricación de una pieza requiere la consecución de unos determinados valores en las magnitudes físicas X_i que la caracterizan. La materialización de cada magnitud física se realiza empleando unos recursos productivos a los que se puede asociar una función de coste de la forma $C_i = C_i(X_i)$.

Si los recursos productivos empleados en la consecución de una magnitud X se mantienen estacionarios durante el periodo en el que se lleva a cabo el proceso de fabricación, la variabilidad asociada a la obtención de dicha magnitud puede caracterizarse mediante una variable aleatoria x cuya función de densidad estará representada por una función conocida $f(x)$. En estas condiciones se cumplirá que:

- El coste de fabricación una pieza tendrá un valor conocido C_0
- Para un determinado intervalo de tolerancia I de amplitud T asociado a la magnitud X la probabilidad de obtener una pieza correcta podrá expresarse como

$$p = \int_I f(x) dx \quad (5)$$

El valor de p , representa la proporción de piezas correctas (dentro de tolerancia) que se obtendrá al materializar la magnitud X durante el proceso de fabricación de la pieza, mientras que el valor $1-p$ representará la proporción de piezas defectuosas o fuera de tolerancias.

En estas condiciones, la obtención de un cierto número N de piezas correctas requerirá la fabricación de N_p piezas de forma tal que $N=p N_p$, por lo que el coste C asociado la fabricación de un número N de piezas correctas será:

$$C = C_0 N_p = \frac{C_0}{p} N \quad (6)$$

y el coste unitario por pieza C_u podrá expresarse mediante:

$$C_u = \frac{C}{N} = \frac{C_0}{p} = \frac{C_0}{\int_I f(x) dx} \quad (7)$$

Nótese cómo este modelo se fundamenta en los datos propios del proceso y no requiere la disponibilidad de datos externos, que la mayoría de los casos no suelen ser aplicables a la situación productiva concreta que se considera.

3. Metodología

Se expone a continuación la metodología propuesta, basada en la aplicación del método de los multiplicadores de Lagrange a la función de coste del ensamblaje.

3.1. Multiplicadores de Lagrange

De una manera general, la aplicación del método de los multiplicadores de Lagrange requiere la definición de una función de n variables $C = C(T_1, T_2, \dots, T_n)$ (función a optimizar) y de m relaciones entre las variables de la forma $g_j(T_1, T_2, \dots, T_n) = 0 \quad \forall j = 1, \dots, m$.

El mínimo (o el máximo según el objetivo buscado) de la función se obtiene al resolver el sistema de $m+n$ ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(T_1, \dots, T_n)}{\partial T_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial g_j(T_1, \dots, T_n)}{\partial T_i} &= 0 \quad \forall i = 1, \dots, n \\ g_j(T_1, \dots, T_n) &= 0 \quad \forall j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (8)$$

en el que n incógnitas son los valores T_i que determinan el extremo relativo de la función y m incógnitas son los multiplicadores de Lagrange λ_j . En el caso concreto que se plantea, la función a optimizar es la función de coste de todo el conjunto, entendida como la suma de los costes necesarios para la obtención de cada dimensión por separado. El propio proceso de montaje tiene un coste en sí mismo, pero este coste no depende de los valores de las tolerancias individuales de cada componente, por lo que su cuantía no afecta al resultado final obtenido al aparecer como una constante en la función de coste. Se tiene pues que llamando T_i a la tolerancia dimensional de cada pieza elemental, la función de coste a minimizar puede expresarse como:

$$C(T_1, \dots, T_n) = C_1(T_1) + \dots + C_n(T_n) = \sum_{i=1}^n C_i(T_i) \quad (9)$$

donde $C_i(T_i)$ representa la función de coste asociada a la obtención de la tolerancia T_i y n es el número de especificaciones que intervienen en el ensamblaje. Para establecer las relaciones $g_j(T_1, T_2, \dots, T_n)$ entre las variables es necesario definir una cadena dimensional por cada relación. Una vez definida la cadena, mediante la aplicación de alguno de los métodos de análisis WC ó RSS previamente descritos es posible obtener la ecuación o ecuaciones que relacionan las tolerancias individuales y las del conjunto. El método MC no es aplicable ya que no permite la definición de una función entre las variables que pueda ser aplicada en el planteamiento propuesto.

3.2. Restricción geométrica única

Se plantea en primer lugar la optimización de tolerancias en aquellos casos en los que existe una única restricción de montaje, es decir, la tolerancia del ensamblaje está fijada sólo en una de sus dimensiones. En este caso será necesario utilizar un único multiplicador de Lagrange. Supóngase, por ejemplo, un caso similar al representado en la Figura 1 en el que a partir del montaje de cuatro piezas elementales se obtiene un conjunto ensamblado. Supóngase asimismo que la única restricción geométrica establecida en el montaje es la longitud total x_{ASMI} , obtenida como suma de las longitudes de cada pieza elemental. Aplicando el método de los multiplicadores a la función de coste y el método RSS a la cadena dimensional asociada a la restricción geométrica del montaje definida por $x_{ASMI} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial C}{\partial T_1} - 2\lambda T_1 = 0 \quad ; \quad \frac{\partial C}{\partial T_2} - 2\lambda T_2 = 0 \quad ; \quad \frac{\partial C}{\partial T_3} - 2\lambda T_3 = 0 \quad ; \quad \frac{\partial C}{\partial T_4} - 2\lambda T_4 = 0 \quad (10)$$

$$T_{ASM}^2 - (T_1^2 + T_2^2 + T_3^2 + T_4^2) = 0$$

Dicho sistema permite la resolución del problema si se conoce la expresión de las funciones de coste. El ejemplo propuesto puede generalizarse para el caso de n variables. El sistema de $n+1$ ecuaciones que proporciona la solución viene dado por:

$$\frac{\partial C(T_1, T_2, \dots, T_n)}{\partial T_i} - 2\lambda T_i = 0 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad ; \quad T_{ASM}^2 - \sum_{i=1}^n T_i^2 = 0 \quad (11)$$

que puede ser aplicado independientemente del signo con el que aparezcan las cotas x_i en la cadena dimensional ligada a la restricción geométrica del montaje. Una solución particular de este sistema tiene lugar cuando todas las funciones de coste de las piezas elementales son iguales. En este caso se cumple que:

$$C_1(T_1) = C_2(T_2) = \dots = C_n(T_n) \quad (12)$$

$$\frac{\partial C(T_i)}{\partial T_i} - 2\lambda T_i = 0 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad \rightarrow \quad T_1 = T_2 = \dots = T_n = T$$

lo cual significa que la tolerancia del montaje T_{ASM} se distribuye por igual entre todas las dimensiones que forman la cadena dimensional del montaje. El valor de esta tolerancia se puede calcular a partir de la última ecuación del sistema, la proporcionada por el método RSS.

$$T_{ASM}^2 - \sum_{i=1}^n T_i^2 = T_{ASM}^2 - nT^2 = 0 \quad \rightarrow \quad T = \frac{T_{ASM}}{\sqrt{n}} \quad (13)$$

Es interesante destacar que la solución de este caso, además, no depende de la función de coste utilizada para establecer la relación entre coste y tolerancia. Si se hubiera utilizado el método WC el resultado obtenido habría sido:

$$T_{ASM} - \sum_{i=1}^n T_i = T_{ASM} - nT = 0 \quad \rightarrow \quad T = \frac{T_{ASM}}{n} \quad (14)$$

3.3 Restricción geométrica múltiple

Este caso se presenta cuando existen varias restricciones dimensionales en el montaje cada una de la cuales está determinada por una cadena dimensional que depende de las cotas de las piezas elementales. El método de resolución es el mismo que en el caso de restricción única expuesto en el apartado anterior con la salvedad de que aparecerá un multiplicador de Lagrange por cada restricción geométrica prefijada en el conjunto. Es importante mencionar el hecho de que la definición de las cadenas dimensionales asociadas a las restricciones geométricas del montaje no tiene por qué ser única, por lo que para un mismo caso pueden obtenerse diferentes resultados en función de las cotas que se consideren en las cadenas dimensionales que definen las restricciones.

4. Resultados

Los resultados obtenidos en aplicación del método propuesto se han separado en los dos supuestos planteados en el apartado anterior. Se ha trabajado con dos ejemplos propuestos por Lee [12] y Lin [13] a fin de poder contrastar los resultados obtenidos con los presentados por dichos autores en sus respectivos trabajos.

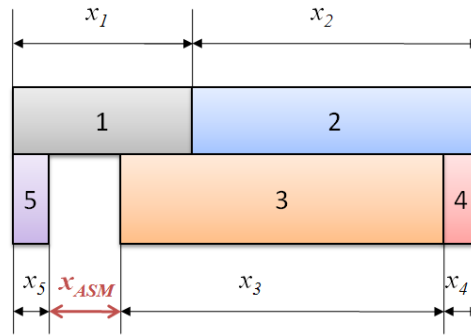
4.1. Caso 1: Restricción geométrica única

Este caso aparece propuesto por Lin [13] y consiste en el ensamblaje de cinco piezas con una sola especificación del montaje definida por la cota x_{ASM} tal y como se muestra en la Figura 2. La cadena dimensional que establece la relación entre la dimensión del ensamblaje y las longitudes de las piezas elementales que lo componen viene dada por:

$$x_{ASM} = x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - x_5 \quad (16)$$

y el valor establecido para su tolerancia es de $T_{ASM}=0.5$ mm. Para la determinación del coste se utiliza una función de la forma:

$$C_i(T) = \frac{a_i \times 10^{-3}}{T^{b_i}} \quad (17)$$

**Figura 2.** Esquema de ensamblaje (restricción geométrica única)

Los valores de las longitudes de las piezas elementales así como los de los coeficientes a_i y b_i de sus funciones de coste están resumidos en la Tabla IV.

Tabla IV. Valores de longitudes y coeficientes del caso 2

Pieza	1	2	3	4	5
x_i (mm)	30	40	61.6	4	4
a_i	1	1	1.5	0.8	0.8
b_i	2	2	3	1.7	1.7

La solución del ejemplo se obtiene por aplicación de las ecuaciones (11) con los datos de la tabla IV. Los valores obtenidos de las tolerancias individuales y del coste total se resumen en la tabla V. En ella aparecen también los valores propuestos por Lin, lo que permite establecer una comparación entre resultados y los del método propuesto, claramente favorables a este último. En la tabla aparecen también dos columnas adicionales en las que se proponen los valores normalizados [14] más próximos a los valores calculados manteniendo la condición establecida para la tolerancia del ensamblaje, $T_{ASM} \leq 0.5$ mm.

Tabla V. Resultados obtenidos en el caso 1

Resultado	Lin [13]	Método propuesto	Tolerancia ISO	Grado IT ISO
T_1	0.20	0.194	0.13	IT11
T_2	0.16	0.194	0.16	IT11
T_3	0.32	0.364	0.30	IT12
T_4	0.15	0.145	0.12	IT12
T_5	0.15	0.145	0.12	IT12
Coste	753.23	599.39	1028.48	
Coste relativo	1	0.796	1.422	

4.2. Caso 2: Restricción múltiple

Se trata de un ensamblaje de dos piezas designadas como A y B en el que existen tres especificaciones de montaje tal y como muestra la figura 3. Las tres especificaciones $\{x_{ASM1}, x_{ASM2}, x_{ASM3}\}$ se corresponden con los juegos del acoplamiento entre las dos piezas elementales.

En este caso, las cadenas dimensionales que establecen las relación entre las especificaciones del ensamblaje y las longitudes de las piezas elementales que lo componen vienen dadas por:

$$x_{ASM1} = x_2 - x_1 - x_8 + x_7 \quad ; \quad x_{ASM3} = x_4 - x_3 - x_6 \quad (18)$$

$$x_{ASM2} = x_7 - x_6 - x_3 + x_2$$

siendo los valores en mm establecidos para sus tolerancias:

$$T_{ASM1} = 0.084; T_{ASM2} = 0.052; T_{ASM3} = 0.084 \quad (19)$$

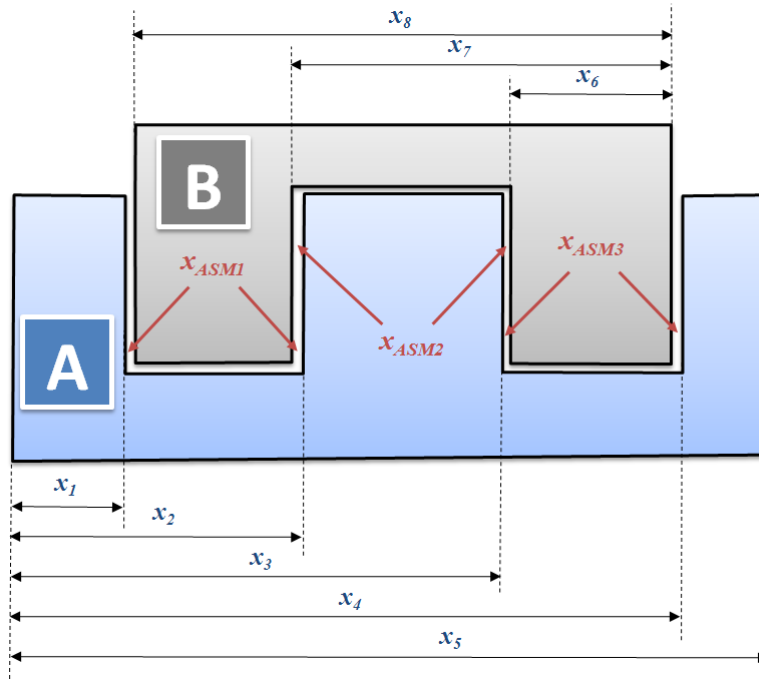


Figura 3. Esquema de ensamblaje (restricción geométrica múltiple)

Para la determinación del coste se utilizan funciones basadas en la variabilidad del proceso en el supuesto de que la capacidad de proceso C_p sea igual a la unidad para el valor de la tolerancia correspondiente a la calidad IT10. Los valores de las longitudes de las piezas elementales así como los de los coeficientes C_{0i} de las funciones de coste están resumidos en la Tabla VI.

Tabla VI. Valores de longitudes y coeficientes empleados en el caso 3

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i (mm)	20	40	60	80	100	20	40	60
C_{0i}	1	2	1	2	1	2	3	2

Las ecuaciones a utilizar en este caso son:

$$\begin{aligned}
 T_{ASM1}^2 - (T_1^2 + T_2^2 + T_7^2 + T_8^2) &= 0; \quad T_{ASM2}^2 - (T_2^2 + T_3^2 + T_6^2 + T_7^2) = 0; \quad T_{ASM3}^2 - (T_3^2 + T_4^2 + T_6^2) = 0 \\
 \frac{\partial C_1(T_1)}{\partial T_1} - 2(\lambda_1)T_1 &= 0; \quad \frac{\partial C_2(T_2)}{\partial T_2} - 2(\lambda_1 + \lambda_2)T_2 = 0; \quad \frac{\partial C_3(T_3)}{\partial T_3} - 2(\lambda_2 + \lambda_3)T_3 = 0; \quad \frac{\partial C_4(T_4)}{\partial T_4} - 2(\lambda_3)T_4 = 0 \\
 \frac{\partial C_6(T_6)}{\partial T_6} - 2(\lambda_2 + \lambda_3)T_6 &= 0; \quad \frac{\partial C_7(T_7)}{\partial T_7} - 2(\lambda_1 + \lambda_2)T_7 = 0; \quad \frac{\partial C_8(T_8)}{\partial T_8} - 2(\lambda_1)T_8 = 0
 \end{aligned} \quad (20)$$

cuya resolución conduce a los resultados resumidos en la Tabla VII. En ella se recogen los valores obtenidos para las tolerancias T_i y de los costes C_i que supone su fabricación. Nótese que la cota x_5 de la pieza A no aparece ya que su valor no afecta a ninguna de las especificaciones del montaje. En la tabla aparecen asimismo los valores de la norma ISO [14] más próximos a los obtenidos y sus costes asociados, lo cual permite una estimación más realista de los costes de fabricación requeridos para conseguir las especificaciones de montaje.

Tabla VII. Resultados obtenidos en el caso 2

T1						T2					
T	C	ISO	IT	Coste_ISO		T	C	ISO	IT	Coste_ISO	
T1	0.0447	1.12	0.052	IT9	1.07	T6	0.0251	3.17	0.033	IT8	2.63
T2	0.0266	3.48	0.025	IT7	3.66	T7	0.0288	4.89	0.025	IT7	5.49
T3	0.0231	2.29	0.019	IT6	2.74	T8	0.0594	2.32	0.046	IT8	2.67
T4	0.0768	2.12	0.074	IT9	2.14	Coste		19.40			20.38

5. Conclusiones

El análisis de las tolerancias dimensionales de un conjunto ensamblado a partir de las tolerancias de las piezas elementales que lo integran, y la síntesis de las tolerancias de dichas piezas a partir de las tolerancias del conjunto, son dos cuestiones de gran importancia en la ingeniería de procesos de fabricación, ya que afectan a sectores de gran relevancia industrial como puedan ser el aeroespacial o el de automoción. El análisis de tolerancias puede realizarse recurriendo a diferentes métodos descritos en el trabajo, tales como el del caso más desfavorable (WC), el de la suma de cuadrados (RSS), y el de Montecarlo (MC). Independientemente del método empleado, para poder comparar diferentes alternativas y alcanzar una solución óptima es necesario establecer una función que permita cuantificar en términos de coste los valores de las tolerancias establecidas. Existen diferentes modelos que proponen relaciones coste-tolerancia, habiéndose recopilado en este trabajo los más significativos. Entre todos ellos, de acuerdo a los resultados obtenidos, se considera como más adecuado el método propuesto por Sanz et al. [9], ya que permite la determinación de la función en base a observaciones realizadas sobre la variabilidad del proceso y no precisa recurrir a informaciones externas al proceso. Para la síntesis de tolerancias se ha propuesto un método de optimización basado en la utilización de los multiplicadores de Lagrange. En el trabajo se ha presentado su metodología de aplicación y se han realizado aplicaciones sobre supuestos prácticos previamente abordados por otros autores. Se obtienen de esta forma resultados comparables con los obtenidos por sus respectivos autores. Como conclusiones finales, pueden indicarse que el método de los multiplicadores de Lagrange resulta aplicable al problema de síntesis de tolerancias, siempre y cuando exista una función de coste que sea derivable en el campo de trabajo considerado. Asimismo, se concluye que la aplicabilidad práctica del método se ve fuertemente condicionada por la verosimilitud de la curva de coste. Por ello se propone utilizar las curvas de coste basadas en la variabilidad del proceso previamente descritas que garantizan ambas condiciones, derivabilidad y verosimilitud.

6. Referencias

- [1] G. Bennett and L.C. Gupta, *Least cost tolerances I*, Int. J. Prod. Res. 8-1 (1969) 65-74.
- [2] F.H. Speckhart, *Calculation of tolerance based on a minimum cost approach*, J. Eng. Ind., ASME, May-(1972) 447-453.
- [3] Hiller M., *A systematic approach to the cost optimization of tolerances in complex assemblies*. Bull Mech Eng Educ 5 (1966) 157-161.
- [4] M.F. Spotts, *Allocation of tolerances to minimize cost of assembly*, J. Eng. Ind., ASME, 95-(1973) 762-764.
- [5] G.H. Sutherland and B. Roth, *Mechanism design: accounting for manufacturing tolerances and costs in function generating problems*, J. Eng. Ind., ASME, February-(1975) 283-286.
- [6] W. Michael and J.N. Siddall, *The optimization problem with optimal tolerance assignment and full acceptance*, J. Mech. Des., ASME, 103-(1981) 842-848.
- [7] K.W. Chase, W.H. Greenwood, B.G. Loosli, L.F. Hauglund, *Least Cost Tolerance Allocation for Mechanical Assemblies with Automated Process Selection*. Manuf Rev 3(1990) 49-59.
- [8] Z. Dong, W. Hu and D. Xue, *New production cost-tolerance models for tolerance synthesis*, J. Eng. Ind., ASME, 116 (1994) 199-205.
- [9] A. Sanz-Lobera, M.A. Sebastián, J.M. Pérez, *New cost-tolerance model for mechanical part design* Int J Adv Manuf Technol 51 (2010) 421-430.
- [10] A. Etienne, J.Y. Dantan, A. Siadat and P. Martín, *Cost estimation for tolerance allocation*, 10th CIRP Conf. Comp. Aided Tolerancing Specification and Verification for Assemblies. Erlangen (2007).
- [11] S. C. Diplaris and M. M. Sfantsikopoulos, *Cost-tolerance function. A new approach for cost optimum machining accuracy*, Int. J., Adv. Manuf. Tech. 16-1 (2000) 32-38.
- [12] W.J. Lee, T.C. Woo, *Tolerances: Their Analysis and Synthesis*. J. Eng. Ind., 112 (1990) 113-121.
- [13] C.Y. Lin, W.H. Huang, M.C. Jeng, J.L. Doong, *Study of an assembly tolerance allocation model based on Monte Carlo simulation*, J. Mat. Proc. Tech. 70 (1997) 9-16.
- [14] ISO 286-1:2010. *Geometrical product specifications (GPS) - ISO code system for tolerances on linear sizes - Part 1: Basis of tolerances, deviations and fits*. International Organization for Standardization (2010).
- [15] Z. Wu, W.H. ElMaraghy and H.A. ElMaraghy, *Evaluation of cost-tolerance algorithms for design tolerance analysis and synthesis*, Manuf. Rev. ASME, 1-3 (1988) 168-179.

- [16]A. Kusiak, C.X. Feng, *Deterministic tolerance synthesis: a comparative study*. Computer-Aided Des
27 (1995) 759-768.